

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой
теории функций и геометрии



Семенов Е.М.
25.05.2023 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
Б1.В.10 Нелинейная динамика и хаос

Код и наименование дисциплины в соответствии с учебным планом

1. Код и наименование специальности:

01.05.01 Фундаментальная математика и механика

2. Специализация:

Современные методы теории функций в математике и механике

3. Квалификация выпускника: Математик. Механик. Преподаватель.

4. Форма обучения: очная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:

Кафедра теории функций и геометрии

6. Составители программы: Мелешенко Петр Александрович, к. ф.-м. н, доцент

7. Рекомендована: Научно-методическим Советом математического факультета,
протокол № 0500-06 от 25.05.2023 г.

8. Учебный год: 2027/2028

Семестр(ы): 10

9. Цели и задачи учебной дисциплины

Цели изучения дисциплины:

- формирование у студентов комплекса знаний, умений и навыков в области нелинейной динамики и теории хаоса;

Задачи дисциплины:

- изучить основные подходы к решению задач моделирования современных нелинейных динамических систем и систем с хаосом.

10. Место учебной дисциплины в структуре ОПОП: учебная дисциплина «Нелинейная динамика и хаос» относится к части формируемой участниками образовательных отношений Блока 1.

Дисциплина «Нелинейная динамика и хаос» базируется на знаниях, полученных в рамках изучения дисциплин «Математический анализ», «Дифференциальные уравнения», «Теоретическая механика», «Моделирование динамических процессов», а также предшествующих математических дисциплин, использующих соответствующие методы. Дисциплина осуществляет разумный баланс между общеобразовательным содержанием выбранного профиля и его дальнейшей профессиональной направленностью, что, несомненно, повышает профессиональное самоопределение обучающихся и уровень их социальной адаптации.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ПК-1.	Способен выявлять, применять, разрабатывать и целенаправленно использовать методы теории функций в задачах математики и механики.	ПК-1.1.	Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных технологий.	Знать: - базовые понятия, полученные в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных технологий. Уметь: - собирать, обрабатывать, анализировать и обобщать результаты исследований в области теории функций. Владеть навыками: - практического проведения научно-исследовательской деятельности в математике, механике и информатике.
ПК-2.	Способен проводить исследования по обработке и анализу научной информации и результатов исследований методами теории функций.	ПК-2.2.	Умеет разрабатывать математические модели в области естествознания, экономики и управления, а также реализовывать алгоритмы математических моделей на базе пакетов прикладных программ моделирования.	Знать: - современные методы разработки и реализации моделей, используя теорию функций. Уметь: - разрабатывать математические модели в области естествознания, экономики и управления, а также реализовывать алгоритмы математических моделей на

				базе пакетов прикладных программ моделирования. Владеть навыками: -проведения научно-исследовательской деятельности в области решения задач аналитического характера
--	--	--	--	--

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час. (в соответствии с учебным планом) — 3/108.

Форма промежуточной аттестации - зачет с оценкой.

13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы	Трудоемкость			
	Всего	По семестрам		
		9 семестр	№ семестра	...
Аудиторные занятия	48	48		
в том числе:	лекции	24	24	
	практические	24	24	
	лабораторные	-	-	
Самостоятельная работа	60	60		
в том числе: курсовая работа (проект)	-	-		
Форма промежуточной аттестации <i>Зачет с оценкой</i>				
Итого:	108	108		

13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК *
1. Лекции			
1.1	Формализмы Лагранжа и Гамильтона для описания динамических систем. Фазовое пространство и теорема Лиувилля.	Функция Лагранжа и уравнения Лагранжа. Функция Гамильтона и уравнения Гамильтона. Фазовое пространство. Канонические преобразования и теорема Лиувилля.	-----
1.2	Нелинейный маятник, как одна из точно решаемых нелинейных задач. Переменные "действие-угол". Кинкрешения. Устойчивость.	Математическая модель нелинейного маятника. Фазовые портреты и режимы движения. Движение по сепаратриссе. Эллиптические функции Якоби. Переменные «действие угол». Устойчивость движения нелинейного маятника.	-----
1.3	Ангармонические колебания и нелинейный резонанс. Методы	Понятие ангармоничности. Метод последовательных приближений и асимптотических разложений. Применение в теории твердого тела.	-----

	асимптотических разложений.		
1.4	Автоколебания и связанные с ними проблемы. Уравнение ван дер Поля.	Автоколебательные системы. Уравнение ван дер Поля и его динамические режимы. Модели различных процессов, описываемые уравнением ван дер Поля.	-----
1.5	Дискретные хаотические системы. Логистическое отображение и отображение Эно. Бифуркационные диаграммы.	Понятие о хаосе в дискретных динамических системах. Переход от порядка к хаосу в логистическом отображении. Понятие о бифуркации. Исследование отображения Эно.	
1.6	Уравнение Дюффинга и хаос в колебательных системах. Диссипативные и консервативные системы. Консервативный хаос.	Уравнение Дюффинга для колебательной системы с кубической нелинейностью. Хаос в колебательных системах. Понятие о консервативном хаосе и его отличие от неконсервативного.	
1.7	Хаотическая система Лоренца. Странный аттрактор.	Хаос в системе Лоренца. Динамические режимы системы. Понятие о странном аттракторе.	
2. Практические занятия			
2.1	Формализмы Лагранжа и Гамильтона для описания динамических систем. Фазовое пространство и теорема Лиувилля.	Функция Лагранжа и уравнения Лагранжа. Функция Гамильтона и уравнения Гамильтона. Фазовое пространство. Канонические преобразования и теорема Лиувилля.	-----
2.2	Нелинейный маятник, как одна из точно решаемых нелинейных задач. Переменные "действие-угол". Кинкрешения. Устойчивость.	Математическая модель нелинейного маятника. Фазовые портреты и режимы движения. Движение по сепаратриссе. Эллиптические функции Якоби. Переменные «действие-угол». Устойчивость движения нелинейного маятника.	-----
2.3	Ангармонические колебания и нелинейный резонанс. Методы асимптотических разложений.	Понятие ангармоничности. Метод последовательных приближений и асимптотических разложений. Применение в теории твердого тела.	-----
2.4	Автоколебания и связанные с ними проблемы. Уравнение ван дер Поля.	Автоколебательные системы. Уравнение ван дер Поля и его динамические режимы. Модели различных процессов, описываемые уравнением ван дер Поля.	-----
2.5	Дискретные хаотические системы. Логистическое отображение и отображение Эно. Бифуркационные диаграммы.	Понятие о хаосе в дискретных динамических системах. Переход от порядка к хаосу в логистическом отображении. Понятие о бифуркации. Исследование отображения Эно.	
2.6	Уравнение Дюффинга и хаос в колебательных системах. Диссипативные и консервативные системы. Консервативный хаос.	Уравнение Дюффинга для колебательной системы с кубической нелинейностью. Хаос в колебательных системах. Понятие о консервативном хаосе и его отличие от неконсервативного.	
2.7	Хаотическая система	Хаос в системе Лоренца. Динамические режи-	

	Лоренца. Странный аттрактор.	мы системы. Понятие о странном аттракторе.	
--	------------------------------	--	--

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/ п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (количество часов)					
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Контроль	Всего
1	Формализмы Лагранжа и Гамильтона для описания динамических систем. Фазовое пространство и теорема Лиувилля.	4	4		10		18
2	Нелинейный маятник, как одна из точно решаемых нелинейных задач. Переменные "действие-угол". Кинк-решения. Устойчивость.	4	4		10		18
3	Ангармонические колебания и нелинейный резонанс. Методы асимптотических разложений.	4	4		10		18
4	Автоколебания и связанные с ними проблемы. Уравнение ван дер Поля.	2	2		5		9
5	Дискретные хаотические системы. Логистическое отображение и отображение Эно. Бифуркационные диаграммы.	4	4		10		18
6	Уравнение Дюффинга и хаос в колебательных системах. Диссипативные и консервативные системы. Консервативный хаос.	4	4		10		18
7	Хаотическая система Лоренца. Странный аттрактор.	2	2		5		9
	Итого:	24	24		60		108

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

В процессе освоения дисциплины студенты должны посетить лекционные и практические занятия и сдать зачет с оценкой.

Указания для освоения теоретического и практического материала и сдачи зачета:

1. Обязательное посещение лабораторных занятий по дисциплине с конспектированием излагаемого преподавателем материала в соответствии с расписанием занятий.

2. Получение в библиотеке рекомендованной учебной литературы и электронное копирование рабочей программы с методическими рекомендациями, конспекта лекций.

3. Копирование (электронное) перечня вопросов к зачету по дисциплине, а также списка рекомендованной литературы из рабочей программы дисциплины.

4. При подготовке к практическим занятиям по дисциплине необходимо изучить рекомендованный преподавателем материал, иметь при себе конспекты соответствующих тем и необходимый справочный материал.

5. Рекомендуется следовать советам преподавателя, связанным с освоением предлагаемого материала, провести самостоятельный Интернет - поиск информации (видеофайлов, файлов-презентаций, файлов с учебными пособиями) по ключевым словам курса и ознакомиться с найденной информацией при подготовке к зачёту по дисциплине.

При подготовке к лекционным и практическим занятиям, обучающимся важно помнить, что их задача, отвечая на основные вопросы плана занятия и дополнительные вопросы преподавателя, показать свои знания и кругозор, умение логически построить ответ, владение математическим аппаратом и иные коммуникативные навыки, умение отстаивать свою профессиональную позицию.

Освоение дисциплины предполагает не только обязательное посещение аудиторных занятий (лекций и практических занятий) и активную работу на них, но и самостоятельную учебную деятельность в течении семестра: изучение, рекомендуемой литературы, самостоятельное освоение понятийного аппарата, подготовку к практическим занятиям, выполнение индивидуальных заданий, подготовку к зачету.

Для успешного и качественного освоения дисциплины необходима планомерная, повседневная самостоятельная работа, направленная на формирование навыков работы с различными источниками, систематизацию полученной информации, подготовку к очередному занятию, решение задач.

Все выполняемые студентами самостоятельно задания подлежат последующей проверке преподавателем. Результаты текущих аттестаций учитываются преподавателем при проведении промежуточной аттестации.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	<i>Малинецкий, Георгий Геннадьевич. Современные проблемы нелинейной динамики / Г. Г. Малинецкий, А. Б. Потапов .— М. : Эдиториал УРСС, 2000 .— 335 с. : ил. — ISBN 5-8360-0110-3 : 153.19.</i>
2	<i>Заславский, Георгий Моисеевич. Гамильтонов хаос и фрактальная динамика = Hamiltonian Chaos and Fractional Dynamics / Г.М. Заславский ; пер. с англ. под науч. ред. А.Ю. Лоскутова .— М. ; Ижевск : Институт Компьютерных Исследований : Региональная и хаотическая динамика, 2010 .— 435 с. : ил. — Библиогр.: с.437-452 .— Предм.указ.: с.453-455 .— ISBN 978-5-93972-834-8.</i>

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
3	<i>Заславский, Георгий Моисеевич. Введение в нелинейную физику. От маятника до турбулентности и хаоса / Г. М. Заславский, Р. З. Сагдеев .— М. : Наука, 1988 .— 368 с., [2] л. ил. : ил. — Библиогр.: с. 360-366 .— Предм. указ.: с. 367-368 .— ISBN 5-02-013822-3.</i>
4	<i>Скотт, Э. Нелинейная наука: рождение и развитие когерентных структур / Э. Скотт ; пер. с англ. И.А. Макарова под ред. А.Л. Фрадкова .— Изд. 2-е .— М. : Физматлит, 2007 .— 559 с. : ил .— (Фундаментальная и прикладная физика) .—</i>

Библиогр. в конце глав .— Пред. и имен. указ.: с.546-559 .— ISBN 978-5-9221-0784-6.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет):

№ п/п	Ресурс
5	https://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=&ved=2ahUKEwiow5Te7dT6AhVj_SoKHWgcCbcQFnoECB0QAQ&url=https%3A%2F%2Felib.spbstu.ru%2Fdl%2F2890.pdf%2Fdownload&usg=AOvVaw2AkQLFTLfr3ghrxxs3ji7J
6	http://chaos.sgu.ru/K52/MND/

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

Данный курс направлен на формирование навыков математического моделирования сложных нелинейных динамических систем и систем с хаосом на основе ключевых компетенций, способствующих овладению опытом в сфере математического моделирования. В течение всего курса студенты получают презентации и методические указания к практическим занятиям с описанием к выполнению, и применяют данный образец к своему заданию.

17. Образовательные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ, электронное обучение (ЭО), смешанное обучение)

При реализации дисциплины используются следующие образовательные технологии: логическое построение дисциплины, установление межпредметных связей, обозначение теоретического и практического компонентов в учебном материале, актуализация личного и учебно-профессионального опыта обучающихся, включение элементов дистанционных образовательных технологий.

Изложение учебного материала основано на принципе системности, преемственности и последовательности и направлено на развитие интеллектуальных умений, профессиональных компетенций, формирование творческой личности высококвалифицированного специалиста, способного к саморазвитию, самообразованию, инновационной деятельности. Важнейшая цель преподавателя – систематизация большого объема теоретического материала и обучение студента умению ориентироваться в этом материале.

Рекомендуется использование, как традиционных форм организации лекционного материала, так и внедрение таких интерактивных технологий, как проблемная лекция, когда знания вводятся как «неизвестное», которое необходимо «открыть».

В практической части курса используется стандартное современное программное обеспечение персонального компьютера.

Дисциплина может реализовываться с применением дистанционных образовательных технологий, например, на платформе «Электронный университет ВГУ» (<https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=3460>).

Осуществляется интерактивная связь с преподавателем через сеть интернет, проводятся индивидуальные онлайн консультации.

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Для проведения лекционных, практических занятий и самостоятельной работы студентов требуется учебная аудитория-компьютерный класс, оборудованный маркерной и интерактивной доской, мультимедийным проектором с экраном, компьютер преподавателя и персональные компьютеры слушателей с подключением к Internet:

Ubuntu (бесплатное и/или свободное ПО, лицензия: <https://ubuntu.com/download/desktop>)
Visual Studio Community (бесплатное и/или свободное ПО, лицензия

19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1.	Формализмы Лагранжа и Гамильтона для описания динамических систем. Фазовое пространство и теорема Лиувилля.	ПК-1. ПК-2.	ПК-1.1. ПК-2.2.	Комплект заданий Практическая работа 1
2.	Нелинейный маятник, как одна из точно решаемых нелинейных задач. Переменные "действие-угол". Кинк-решения. Устойчивость.	ПК-1. ПК-2.	ПК-1.1. ПК-2.2.	Устный опрос Практическая работа 2
3.	Ангармонические колебания и нелинейный резонанс. Методы асимптотических разложений.	ПК-1. ПК-2.	ПК-1.1. ПК-2.2.	Устный опрос Практическая работа 3
4.	Автоколебания и связанные с ними проблемы. Уравнение ван дер Поля.	ПК-1. ПК-2.	ПК-1.1. ПК-2.2.	Устный опрос Практическая работа 4
5	Дискретные хаотические системы. Логистическое отображение и отображение Эно. Бифуркационные диаграммы.	ПК-1. ПК-2.	ПК-1.1. ПК-2.2.	Устный опрос Практическая работа 5
6	Уравнение Дюффинга и хаос в колебательных системах. Диссипативные и консервативные системы. Консервативный хаос.	ПК-1. ПК-2.	ПК-1.1. ПК-2.2.	Устный опрос Практическая работа 6
7	Хаотическая система Лоренца. Странный аттрактор.	ПК-1. ПК-2.	ПК-1.1. ПК-2.2.	Устный опрос Практическая работа 7
Промежуточная аттестация форма контроля - зачет				КИМы к зачету

20 Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

20.1 Текущий контроль успеваемости

Оценка знаний, умений, характеризующая этапы формирования компетенций в рамках изучения дисциплины осуществляется в ходе текущего контроля в форме устного опроса и проверки выполнения заданий лабораторных работ.

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

Практическая работа 1.

Численное решение уравнений Лагранжа и Гамильтона для заданных динамических систем. С использованием системы численной математики построение анализ фазовых портретов динамических систем.

Практическая работа 2.

Модель нелинейного маятника, построение его фазовых портретов при различных параметрах и внешних воздействий. Моделирование движения по сепаратриссе

Практическая работа 3.

Моделирование ангармонических колебаний маятника с малой нелинейностью. Разработка алгоритма построения решения с использованием метода асимптотических разложений

Практическая работа 4.

Численное исследование уравнения ван дер Поля. Построение фазовых портретов при различных значениях параметров. Численное исследование автоколебательных режимов.

Практическая работа 5

Численная реализация логистического отображения и отображения Эно. Исследование фазовых портретов и построение бифуркационных диаграмм в зависимости от параметров системы. Построение сечений Пуанкаре.

Практическая работа 6.

Численное исследование осциллятора Дюффинга. Построение фазовых портретов при различных значениях параметров. Численное исследование хаотического режима при различных параметрах внешнего воздействия. Численное исследование консервативных хаотических систем.

Практическая работа 7

Численная реализация хаотической системы Лоренца. Исследование фазовых портретов и построение бифуркационных диаграмм в зависимости от параметров системы. Построение сечений Пуанкаре. Исследование странного аттрактора системы.

Примерный перечень вопросов

1. Функция Лагранжа и уравнения Лагранжа.
2. Функция Гамильтона и уравнения Гамильтона.
3. Фазовое пространство. Канонические преобразования и теорема Лиувилля.
4. Математическая модель нелинейного маятника. Фазовые портреты и режимы движения. Движение по сепаратриссе.
5. Эллиптические функции Якоби. Переменные «действие угол». Устойчивость движения нелинейного маятника.
6. Понятие ангармоничности. Метод последовательных приближений и асимптотических разложений. Применение в теории твердого тела.
7. Автоколебательные системы. Уравнение ван дер Поля и его динамические режимы. Модели различных процессов, описываемые уравнением ван дер Поля.

8. Понятие о хаосе в дискретных динамических системах. Переход от порядка к хаосу в логистическом отображении.
9. Понятие о бифуркации.
10. Исследование отображения Эно.
11. Уравнение Дюффинга для колебательной системы с кубической нелинейностью. Хаос в колебательных системах.
12. Понятие о консервативном хаосе и его отличие от неконсервативного.
13. Хаос в системе Лоренца. Динамические режимы системы.
14. Понятие о странном аттракторе.

Описание технологии проведения

Текущий контроль представляет собой проверку усвоения учебного материала теоретического и практического характера, регулярно осуществляемую на занятиях.

Текущий контроль предназначен для проверки хода и качества формирования компетенций, стимулирования учебной работы обучающихся и совершенствования методики освоения новых знаний. Он обеспечивается проведением опросов по теоретическому материалу, выполнением заданий практических работ.

При текущем контроле уровень освоения учебной дисциплины и степень сформированности компетенции определяются оценками «зачтено» и «незачтено». Систематичность, объективность, аргументированность – главные принципы, на которых основаны контроль и оценка знаний обучающихся.

Требования к выполнению заданий (шкалы и критерии оценивания)

При проведении текущего контроля успеваемости используются следующие

показатели:

- 1) знание основных понятий и определений;
- 2) умение использовать стандартные методы для решения типовых задач;
- 3) оптимальность хода решения;
- 4) логика изложения, рассуждений;
- 5) правильность выполнения расчетов;
- 6) самостоятельность выводов.

Шкала оценивания:

Зачтено: выполнение заданий и ответы в ходе опроса соответствуют перечисленным показателям, обучающийся дает ответы на дополнительные вопросы, может быть не совсем полные. Демонстрирует умение решать задачи, возможно с некоторыми ошибками.

Незачтено: в ходе опроса ответы обучающегося не соответствуют ни одному из перечисленных показателей. Обучающийся демонстрирует фрагментарные знания и умения или их отсутствие.

20.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация проводится в соответствии с Положением о промежуточной аттестации обучающихся по программам высшего образования. Предназначена для определения уровня освоения всего объема учебной дисциплины и проводится в форме зачета с оценкой.

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

Вопросы к зачету

1. Функция Лагранжа и уравнения Лагранжа.

2. Функция Гамильтона и уравнения Гамильтона.
3. Фазовое пространство. Канонические преобразования и теорема Лиувилля.
4. Математическая модель нелинейного маятника. Фазовые портреты и режимы движения. Движение по сепаратриссе.
5. Переменные «действие угол». Устойчивость движения нелинейного маятника.
6. Ангармонические колебания. Метод асимптотических разложений
7. Уравнение ван дер Поля и его динамические режимы. Автоколебания.
8. Логистическое отображение.
9. Отображение Эно.
10. Метод сечений Пуанкаре.
11. Уравнение Дюффинга. Хаос в колебательных системах.
12. Консервативные хаотические системы
13. Хаотическая система Лоренца. Странный аттрактор.

Описание технологии проведения

Промежуточная аттестация по дисциплине преследует цель оценить работу обучающихся за курс, полученные обучающимися знания, умения и уровень приобретенных компетенций, их прочность, развитие творческого мышления, приобретение навыков самостоятельной работы, умение синтезировать полученные знания и применять их при решении практических задач.

Проводится в форме собеседования с преподавателем. Обучающийся получает два теоретических вопроса на знание понятий и определений, формулировок и доказательств утверждений. По результатам ответа выставляется зачет с оценкой (по пятибалльной шкале).

Время подготовки к ответу не должно превышать одного академического часа. При необходимости, в ходе ответа преподаватель может задавать уточняющие и дополнительные вопросы.

Требования к выполнению заданий, шкалы и критерии оценивания

При проведении промежуточной аттестации используются следующие **показатели**:

- 1) знание основных понятий и определений;
- 2) владение терминологией;
- 3) навыки анализа, обобщения, критического осмысления и восприятия

информации;

- 4) грамотность и логичность изложения;
- 5) умение иллюстрировать теоретические положения конкретными примерами.

Критерии оценивания	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
<ul style="list-style-type: none"> - обучающийся полно усвоил учебный материал; - проявляет навыки анализа, обобщения, критического осмысления и восприятия информации; - материал изложен грамотно, в определенной логической последовательности, точно используется терминология; - показано умение иллюстрировать теоретические положения конкретными примерами, применять их в новой ситуации; - обучающимся продемонстрирована сформированность и устойчивость компетенций, умений и навыков; - могут быть допущены одна–две неточности при 	Пороговый уровень и выше порогового	Отлично (зачтено)

освещении второстепенных вопросов.		
ответ удовлетворяет в основном требованиям на оценку «отлично», но при этом имеет место один из недостатков: - в усвоении учебного материала допущены небольшие пробелы, не искажившие содержание ответа;	Пороговый уровень	хорошо (зачтено)
- неполно или непоследовательно раскрыто содержание материала, но показано общее понимание вопроса и продемонстрированы умения, достаточные для дальнейшего усвоения материала; - имелись затруднения или допущены ошибки в определении понятий, использовании терминологии, описании математических законов, - при неполном знании теоретического материала выявлена недостаточная сформированность компетенций, умений и навыков, обучающийся не может применить теорию в новой ситуации.	Ниже порогового и пороговый уровень	удовлетворительно (зачтено)
- не раскрыто основное содержание учебного материала; - обнаружено незнание или непонимание большей или наиболее важной части учебного материала; - допущены ошибки в определении понятий, при использовании терминологии, - не сформированы компетенции, отсутствуют соответствующие знания, умения и навыки.	Ниже порогового уровня	Неудовлетворительно (незачтено)

20.3. Фонд оценочных средств сформированности компетенций студентов, рекомендуемый для проведения диагностических работ

Задания открытого типа:

- 1) Найти период колебаний одномерного нелинейного осциллятора с энергией E в потенциале $V(x) = |x|$.

Ответ: $T = 4\sqrt{2E}$.

Решение. Общее выражение для периода колебаний одномерного осциллятора в поле $V(x) = |x|$ дается выражением:

$$T = 2 \int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{\sqrt{2[E - V(x)]}} = 2 \int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{\sqrt{2[E - |x|]}}$$

Точки x_1 и x_2 являются точками остановки, определяемыми из условия $V(x) = E$. Очевидно, что $x_1 = -E$, а $x_2 = E$. Учитывая, что подинтегральная функция четная, а также проводя элементарное интегрирование, получаем требуемый ответ

- 2) Найти стационарные точки логистического отображения

$$x_{n+1} = rx_n(1 - x_n).$$

Ответ: $x_1 = 0, x_2 = 1 - \frac{1}{r}$

Решение: логистическое отображение обладает двумя стационарными точками, находящимися из условия $x_{n+1} = 0$. Очевидным решением такого уравнения, являются точки $x_1 = 0, x_2 = 1 - \frac{1}{r}$

3) Вставить слово: Условие сохранения фазового объема выделяет определенный класс физических систем, называемых (.....)

Ответ: гамильтоновскими

4) Чему равна сумма характеристических показателей Ляпунова для хаотической колебательной системы вида:

$$\dot{x} + \operatorname{sgn}(x) = A \cos(\omega t)?$$

Ответ: 0

Решение: Представленная динамическая система представляет собой систему с консервативным хаосом. Такая система обладает тремя показателями Ляпунова, расположенными симметрично относительно оси времени, причем один из них равен нулю. Таким образом сумма показателей Ляпунова системы равна нулю.

5) Вставить слово: Под (.....) понимается любая качественная или топологическая перестройка системы, происходящая при переходе одного из ее параметров через критическое значение.

Ответ: бифуркацией

Задания закрытого типа

1) Верно ли, что фазовые кривые пересекаются?

Ответ: неверно.

Решение. Для соблюдения однозначности решения задачи Коши пересечение фазовых траекторий невозможно.

2) Уравнения Гамильтона имеют вид:

а) $\dot{p} = \frac{\partial H}{\partial q}, \dot{q} = \frac{\partial H}{\partial p}$, б) $\dot{p} = -\frac{\partial H}{\partial q}, \dot{q} = \frac{\partial H}{\partial p}$ в) $\dot{p} = \frac{\partial H}{\partial q}, \dot{q} = -\frac{\partial H}{\partial p}$, г) $\dot{p} = \frac{\partial H}{\partial p}, \dot{q} = \frac{\partial H}{\partial q}$

Ответ: б)

3) Гамильтониан нелинейного маятника имеет вид:

а) $H = \frac{\dot{x}^2}{2} - \omega_0^2 \cos x$, б) $H = \frac{\dot{x}^2}{2} + \omega_0^2 \cos x$ в) $H = \frac{\dot{x}^2}{2} - \omega_0^2 \sin x$, г) $H = \frac{\dot{x}^2}{2} + \omega_0^2 \sin x$

Ответ: а)

4) Верно ли, что для возникновения хаоса в динамической системе необходимо только наличие нелинейного слагаемого?

Ответ : неверно

Решение: Для возникновения хаоса в динамической системе необходимо наличие нелинейности, размерность фазового пространства системы должна удовлетворять условию $n \geq 3$. Типичный представитель – нелинейный маятник, имеющий нелинейное слагаемое в модели, но размерность фазового пространства такой системы равно двум и хаотических колебаний не возникает. Их возникновение возможно только в случае наличия внешнего возбуждения, увеличивающего размерность фазового пространства на единицу.

5) Верно ли, что из сохранения фазового объема следует гамильтоновость динамической системы?

Ответ : неверно

Решение. Существуют негамильтоновы динамические системы, сохраняющие фазовый объем, например система, описываемая одним уравнением $\dot{x} = 0$.

Требования к выполнению заданий, шкалы и критерии оценивания

1) Тестовые задания.

- Задания закрытого типа – средний уровень сложности (выбор одного варианта ответа, верно/неверно):

- 1 балл – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

- Задания закрытого типа - средний уровень сложности (множественный выбор):

- 2 балла – указаны все верные ответы;
- за каждый верный ответ ставится 1 балл, при этом за каждый неверный ответ вычитается 1 балл;
- 0 баллов — не выбрано ни одного верного ответа.

- Задания закрытого типа (на соответствие):

- 2 балла – все соответствия определены верно;
- за каждое верное сопоставление ставится количество баллов, равное максимальному (2 балла), деленному на количество предлагаемых в вопросе сопоставлений;
- 0 баллов – ни одно сопоставление не выбрано верно.

- Задания открытого типа (короткий ответ):

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

2) Расчетные задачи ситуационные, практико-ориентированные задачи

- 5 баллов – выполнено верно (получен правильный ответ, обоснован (аргументирован) ход выполнения (при необходимости));
- 2 балла – выполнение задания содержит незначительные ошибки, но приведен правильный ход рассуждений, или получен верный ответ, но отсутствует обоснование хода его выполнения (если оно было необходимым), или выполнено не полностью, но получены промежуточные (частичные) результаты, отражающие правильность хода выполнения задания, или, в случае если состоит из выполнения нескольких подзаданий, 50% которых выполнено верно;
- 0 баллов – не выполнено или выполнено неверно (ход выполнения ошибочен или содержит грубые ошибки, значительно влияющие на дальнейшее его изучение).

– повышенный уровень сложности:

- 10 баллов – задача решена верно (получен правильный ответ, обоснован (аргументирован) ход решения);

- 5 баллов – решение задачи содержит незначительные ошибки, но приведен правильный ход рассуждений, или получен верный ответ, но отсутствует обоснование хода ее решения, или задача решена не полностью, но получены промежуточные результаты, отражающие правильность хода решения задачи.